blemen und Sprüchen geschlossen werden zu können, welche an den Glocken angebracht sind; dieses Moment erscheint übrigens nach dem vorstehend Gesagten ebenso wenig von einem weitergehenden Belange, als das in der Entscheidung der Statthalterei berührte, von dem Gerichtshofe aber wegen seiner geringen, nicht maßgebenden Bedeutung übergangene Moment der durch die — wie die Landesstelle sagte — jedenfalls zu vermutende kirchliche Weihe der Glocken erfolgten Widmung derselben für den katholischen Kultus.

Mit Unrecht stützt sich die Beschwerde darauf, daß, wie sie behauptet, zur Zeit der Anschaffung der Glocken die Gemeinde Ringelsdorf dem Lutherischen Glauben ergeben war. Denn abgesehen davon, daß das Pfarramt diese Aufstellung an Hand historischer Daten als unrichtig bezeichnet, wäre die von der Gemeinde behauptete Tatsache nicht von Relevanz, weil, auch wenn die Glocken zunächst etwa für das Lutherische Bekenntnis gewidmet worden wären, sie unbestrittenermaßen seither für die im obigen Akte der katholisch-kirchlichen Liturgie bezeichneten Zwecke verwendet worden sind und die Gemeinde natürlich selbst nicht behauptet, daß sie etwa noch heute als für Zwecke des evangelischen Kultus bestimmt anzusehen wären.

Der Umstand aber, auf welchen die beschwerdeführende Gemeinde sich zu allermeist stützt, daß nämlich bisher die Gemeinde das fragliche Geläute veranlaßte, erklärt sich einerseits durch den unbestrittenen Tatbestand, daß in letzter Zeit, bis kürzlich der Gemeindediener zugleich Mesner war, wodurch, wie das Pfarramt bemerkt, die Meinung entstanden sein mochte, daß die Gemeinde das Verfügungsrecht über die Glocken ausübe; andererseits vermag bei dem eben berührten Sachverhalte der Umstand, daß bisher der Gemeindediener das Glockengeläute besorgte, keineswegs zu erweisen, daß er dies als Gemeindediener tat und die von der Gemeinde zur Unterstützung ihres Anspruches besonders hervorgehobenen Fälle aus dem Ende der 1870er Jahre und aus dem Jahre 1902 sind keineswegs geeignet, diesem Anspruche als Grundlage zu dienen, da nach der eigenen Darstellung der Gemeinde, bei den gedachten Gelegenheiten der Gemeindevorsteher erst, nachdem der Pfarrer das Geläute abgelehnt, beziehungsweise untersagt hatte, den Auftrag zu dem Läuten der Glocken gab, in welcher Darstellung die Anerkennung liegt, daß zunächst der Pfarrer in der Sache zu verfügen hatte und tatsächlich auch verfügte.

Der Gerichtshof gelangte hienach zur Abweisung der Beschwerde.

Verschiedene Arten, den Ostertermin durch bloße Rechnung zu bestimmen.

Von Direktor Dr. Josef Bach, Straßburg im Elsaß.

Der Ostertermin wird gewöhnlich durch Benutzung von Tabellen bestimmt. Dieselben enthalten wenigstens die Goldene Zahl, für den gregorianischen Stil meistens auch die Epakte, die Ostergrenze

(Datum des Ostervollmondes) und den Sonntagsbuchstaben. Daneben kommen auch noch andere technische Mittel, wie Konkurrente, clavis terminorum, Regulare und dergleichen vor; doch kann man diese entbehren. Oft aber benötigt man das Datum des Ostersonntags oder der zahlreichen, von ihm abhängigen Feste, hat aber die dafür eingerichteten Tabellen nicht zur Hand. Da ist es für den Chronologen von Nutzen, ein Verfahren zu kennen, durch das man ohne Tabellen, auf rein rechnerischem Wege, Ostern bestimmen kann. Besonders seitdem die Protestanten am 13. Dezember 1775 auf den Antrieb Friedrichs des Großen von Preußen die im gregorianischen Stil gebräuchliche Berechnung des Osterfestes, welche die alexandrinische ist, angenommen hatten, wodurch eine Einheit der Osterfeier in der ganzen Christenheit, außer bei den Russen und nichtunierten Griechen, erzielt wurde, suchte man mit Eifer nach einer derartigen Berechnungsmethode. Eine solche hat der Berliner Professor Gauß ausfindig gemacht und im Jahre 1800 in v. Zachs Monatl. Korrespondenz (1800, August), jetzt Gauß Werke VI. S. 73 ff. veröffentlicht. Diese Formel wurde viel bewundert. Da Gauß selbst keinen Beweis derselben lieferte, so ist er von vielen andern versucht oder erbracht worden.[1])

Gewöhnlich sieht man den Beweis als sehr schwierig an und als durchführbar nur mit Hilfe der Kongruenztheorie. Gauß selbst sagt, daß er auf Gründen der höheren Arithmetik beruhe. Aehnlich Wislizenus, Der Kalender (Leipzig 1905) S. 55: „Ein Beweis ist für jemand, der nicht im mathematischen Denken geübt ist, nicht gerade leicht verständlich, weshalb wir diese Beweise weglassen wollen." Rühl, Chronologie (Berlin 1897) S. 233 spöttelt sogar über die Gaußsche Osterformel mit den Worten: „Gauß hat sich das Vergnügen gemacht, ein Verfahren anzugeben, durch das man ohne alle Hilfstafeln das Osterfest für alle Jahre von 1700—1900 (sic!) berechnen kann. Der Chronologe wird nicht leicht in den Fall kommen, diese von den Mathematikern vielbewunderte Formel anzuwenden . . . Einen Beweis für die Richtigkeit seines Verfahrens hat Gauß selbst nicht geliefert, so daß sich später viele mit mehr oder weniger Glück damit abgemüht haben." Falsch ist hier die Angabe, daß die Formel für die Zeit von 1700—1900 gelte, für die übrige Zeit aber nicht; die Gaußsche Formel besitzt vielmehr allgemeine Giltigkeit. Der entgegengesetzten Ansicht wie Rühl ist Kinkelin a. a. O., indem er behauptet, daß man seit Veröffentlichung der handlichen Gaußschen Formel von den Tafeln Umgang nehme. Dies ist ebenfalls unzu-

[1]) Die Literatur siehe bei Kinkelin, Die Berechnung des christl. Osterfestes [Zeitschrift für Math. und Physik XV. Leipzig 1870, S. 217], Wolf, Geschichte der Astronomie (München 1877) S. 336. Den daselbst genannten Werken füge noch bei: v. Schmöger, Grundriß der christl. Zeit- und Festrechnung (Halle 1854), S. 80 ff. Schubring, Immerwährende Kalender (Giebels Zeitschrift für die Gesamten Naturwissenschaften XXXVIII. [Berlin 1871], S. 424 ff.). Knobloch, Die wichtigsten Kalender der Gegenwart (Prag 1885), S. 54 ff. Goldscheider, Ueber die Gaußsche Osterformel (Berlin 1896. 1897).

treffend, da auch bequem eingerichtete Tafeln zum Ziele führen und deshalb von solchen, die nicht rechnen wollen, gern benutzt werden.

Oft habe ich die Formel benutzt und als Nicht-Mathematiker angestaunt. Da ich aber nur mit innerem Widerstreben einen Satz anwende, dessen Richtigkeit ich nicht klar erfaßt habe, so hielt ich nach einem Beweise Umschau. Aber alle Beweise, die ich kennen lernte, sind weitschweifig und für einen Nicht-Mathematiker unverständlich. Ja einige machten auf mich den Eindruck, als seien sie sehr lückenhaft, andere sind nur für ein bestimmtes Jahrhundert zugeschnitten, entbehren somit der allgemeinen Giltigkeit. Und doch sehnte ich mich nach einem auch für „nicht im mathematischen Denken Geübte" leicht faßbaren Beweise der Formel. Ich glaube nunmehr eine derartige Beweisführung gefunden zu haben, daß zu deren Verständnis nur die arithmetischen Kenntnisse eines Untertertianers erforderlich sind. Diesen Beweis will ich im folgenden darlegen, wobei selbstverständlich die kalendarischen termini technici nur ganz kurz erörtert werden können. Zugleich will ich noch einige von mir ausgedachte Berechnungsarten vorführen, die meiner Ansicht nach bequemer sind als das Gaußsche Verfahren. Dabei werden auch die zwei sogenannten Ausnahmen der Formel, die bei vielen Anstoß erregten, in ein neues Licht gesetzt, zugleich verschiedene Fehler, die sich in vielen kalendarischen Werken finden, berichtigt werden.

Bei Niederschrift dieses Aufsatzes wurde vorausgesetzt, daß es auch heute noch Leute gibt, die sich für derartige kalendarische Fragen interessieren. Ist doch der ganze Kalender und namentlich die Geschichte der Bestimmung des Ostertermines ein wichtiges Kapitel der christlichen Kulturgeschichte, das viele Jahrhunderte hindurch große Geister beschäftigt hat. Das Ergebnis meiner Darlegungen möge auch zu der Erkenntnis führen, daß die Osterberechnung keineswegs so verwickelter Natur ist, wie der Unkundige es sich vorstellt, daß sie vielmehr außerordentlich einfach, leicht verständlich und rasch auszuführen ist.

I.

Die Gaußsche Formel und zwei ähnliche Verfahren.

1. Ostern wird am Sonntage nach dem ersten Frühlingsvollmonde gefeiert; dieser heißt deshalb Ostervollmond. Somit ist für die Fixierung des Ostertermines nötig: a) die Bestimmung des Datums des Ostervollmondes, das kurz Ostergrenze genannt wird; b) die Bestimmung des Wochentages der Ostergrenze, woraus sich das Datum des Ostertages sofort ergibt.

Der Frühlings- oder Ostervollmond tritt ein am 21. März, dem kirchlichen und bürgerlichen Datum des Frühlingsanfanges, oder an einem der 29 folgenden Tage. Die Ostergrenze schwankt also innerhalb eines 30tägigen Zeitraums vom 21. März bis 19. April (= 50. März). Zur Feststellung der Ostergrenze eines beliebigen Jahres benutzt man eine Reihe von 19 Jahren, die allgemein der

19jährige Mondcyklus heißt. Es sind nämlich 19 Sonnenjahre ungefähr 235 Mondmonaten (Lunationen), deren Dauer abwechselnd zu 29 und 30 Tagen berechnet wird, gleich. Daher kehren nach 19 Jahren die Mondphasen wieder auf dieselben Tage wie früher zurück. Eine passend eingerichtete Tabelle der Mondphasen von 19 aufeinanderfolgenden Jahren ist somit ausreichend, um die Daten der Mondphasen, also auch des Frühlingsvollmondes, irgend eines beliebigen Jahres kennen zu lernen; zu diesem Zwecke braucht man bei Benutzung einer derartigen Tabelle nur zu wissen, welche Nummer der 19 Cyklusjahre dem betreffenden Jahre zukommt. Diese Nummer wird goldene Zahl genannt. Hiernach gibt es 19 goldene Zahlen 1, 2, 3, ... 18, 19. Da nach der Festsetzung alter Chronologen der Cyklus mit dem Jahre 0 der christlichen Aera (gewöhnlich als Jahr 1 vor Chr. bezeichnet) beginnt, so wird die goldene Zahl (G) gefunden durch die Division der Jahreszahl (Z) mit 19; der um 1 vermehrte Rest ist die goldene Zahl; somit

$$G = \left(\frac{Z}{19}\right)_r + 1$$ [1]

Um für die Bestimmung der Daten einer bestimmten Mondphase, hier speziell des Ostervollmondes, eine für die Berechnung geeignete arithmetische Formel zu finden, so daß man die erwähnte Tabelle entbehren kann, gehe man von der Tatsache aus, daß das gebundene Mondjahr, wie es auch heute die Juden für ihre Festberechnung gebrauchen, entweder 12 Mondmonate mit 354 oder 13 Mondmonate mit 384 Tagen hat, daß es somit entweder 11 Tage kürzer oder 19 Tage länger als das Julianische Jahr von 365 Tagen ist. Hiernach findet man aus der bekannten Ostergrenze irgend eines Jahres die Ostergrenze des folgenden Jahres auf einem doppelten Wege: 1. Entweder zählt man von dem gegebenen Datum an um 19 Tage vorwärts und geht, falls die oberste Grenze, der 19. April (= 50. März), überschritten wird, um 30 Tage zurück. Oder 2. man zählt von dem gegebenen Datum um 11 Tage rückwärts und geht, falls man **vor** die früheste Ostergrenze (21. März) kommt, um 30 Tage vorwärts. Zum Beispiel: Im Jahre 1906 war die Ostergrenze der 39. März (8. April); folglich hat das Jahr 1907 als Ostergrenze den $(39 + 19 - 30)^{\text{ten}}$ oder den $(39 - 11)^{\text{ten}} = 28$. März, das Jahr 1908 als Ostergrenze den $(28 + 19)^{\text{ten}}$ oder den $(28 - 11 + 30)^{\text{ten}}$ März = 16. April.[2] Gauß beschritt den ersteren Weg, indem er die Zahl von Tagen sucht, die

---

[1]) Es ist folgendes zu beachten: Soll nur der Rest einer Division berücksichtigt werden, so wird dies durch ein beigefügtes r bezeichnet, z. B. $\left(\frac{Z}{19}\right)_r$ oder $(Z:19)_r$; wo dieses r fehlt, da ist nur die Ganzzahl des Quotienten zu nehmen, z. B. $\frac{23}{4} = 5$, aber $\left(\frac{23}{4}\right)_r = 3$.

[2]) Beachte eine Ausnahme: Beim Uebergang von einem Cyklus zum folgenden ist 18 zuzuzählen oder 12 abzuziehen; z. B. 1918 (letztes Cyklusjahr) hat die Ostergrenze 27. März, 1919 (erstes Cyklusjahr) den $(27 + 18)$ oder $(27 - 12 + 30) = 45$. März = 14 April. Man nennt das **Mondsprung** (saltus lunae).

zu der frühesten Ostergrenze zugefügt werden muß, um die gesuchte Ostergrenze zu liefern. Für die Jahre mit der goldenen Zahl 1 ist nun die Ostergrenze im julianischen Kalender der 5. April = 36. März = (21 + 15)$^{\text{te}}$ März. Im nächsten Jahre mit der goldenen Zahl 2 ist die Ostergrenze der (36+19—30)$^{\text{te}}$ = 25. März, im Jahre mit der goldenen Zahl 3 der (36+19.2—30)$^{\text{te}}$ = 44. März (= 13. April). Angenommen, der Ostervollmond sei am (21 + d)$^{\text{ten}}$ März, so ist für die Jahre mit der goldenen Zahl 1 d = 15, für die goldene Zahl 2 d = 15+19.1 30, für die goldene Zahl 3 = 15+19.2—30, für die goldene Zahl 4 = 15+19.3—30—30 u. s. w. Dies stetige Addieren von 19 und Subtrahieren von Vielfachen der Zahl 30 kann man auch so ausführen, daß man 19 addiert und die Summe mit 30 dividiert: der verbleibende Rest ist die Zahl d. Somit ist d bei der goldenen Zahl

1	$15 = [(15 + 19.0):30]_r$
2	$15 + 19 = [(15 + 19.1):30]_r$
3	$15 + 19 \cdot 2 = [(15 + 19.2):30]_r$
G	$15 + 19\,(G - 1) = [(15 + 19\,[G - 1]):30]_r$.

Die goldene Zahl des Jahres Z ist aber, wie oben gesagt, $= \left(\frac{Z}{19}\right)_r + 1$, somit $G - 1 = \left(\frac{Z}{19}\right)_r$; diese Zahl nennen wir mit Gauß a [1]); demnach ist im julianischen Kalender

$$d = [(19\,a + 15):30]_r.$$

Der gregorianische Kalender hat durch eine genauere Bestimmung der Länge des Sonnenjahres und des Mondmonates zwei Aenderungen eintreten lassen: a) Für den Oktober 1582 verfügte er den Ausfall von 10 Tagen durch das Ueberspringen vom 4. auf den 15. Oktober und bestimmte, daß alle diejenigen Jahrhundertjahre, deren Zahl nicht mit 400 ohne Rest teilbar ist, Gemeinjahre bleiben sollen, daß also in 400 Jahre nur 97 Tage eingeschaltet werden dürfen statt der 100 Schalttage des julianischen Stils. Die Summe der ausfallenden Tage nennt man Sonnengleichung (s); sie läßt sich ausdrücken durch die Formel (h = Jahrhundertzahl):

$$s = h - \left(\frac{h}{4} + 2\right)$$

Beweis: Im Jahre 1600 beträgt der Unterschied 10 Tage; von da wächst er mit jedem Jahrhundert um 1 Tag, jedoch nicht im jedesmaligen vierten Jahrhundert, folglich ist der Unterschied

$$s = 10 + (h - 16) - \frac{h - 16}{4} = h - \left(\frac{h}{4} + 2\right).$$

b) Zur Beachtung der genauen Dauer des Mondmonates, die im julianischen Kalender um eine Kleinigkeit zu groß genommen ist,

---

[1]) Die Zahl a ist weiter nichts wie eine andere Bezeichnung der goldenen Zahl, in dem hier die Zahlen 0, 1, 2 . . . . 18 für die bisher gebräuchlichen 1, 2, 3 . . . . 19 eingeführt sind. Erstere Bezeichnungsweise ist konsequenter, da auch die 30 Epakten mit den Zahlen 0, 1, 2 . . . 29 benannt werden.

wodurch die Daten der Mondphasen immer mehr zu spät angesetzt werden, bestimmte die gregorianische Kalenderkommission, daß die Ostergrenze für die Jahre 1583—1799 um 3 Tage, vom Jahre 1800 ab um 4 Tage, dann von diesem Zeitpunkt ab in einem Zeitraum von 2500 Jahren um 8 Tage und zwar zunächst 7mal nach je 300 Jahren, also im Jahre 2100, 2400 . . . . . 3900, und dann einmal nach 400 Jahren also im Jahre 4300 um je 1 Tag früher angesetzt werde.[1]) Die Summe dieser Tage, um welche die Ostergrenze im gregorianischen Kalender gegenüber dem julianischen zurückdatiert wird, heißt Mondgleichung (m). Sie wird ausgedrückt durch die Formel (h = Jahrhunderzahl):

$$m = \frac{h}{3} - 2.$$

Beweis: Im Jahre 1500 beträgt die Mondgleichung 3 Tage. Von da bis zum Jahre 4199 wird sie nach je drei Jahrhunderten um 1 Tag vermehrt — es geschieht 7mal in dem genannten Zeitraum —, folglich

nach 1 Jahrhundert um $\frac{1}{3}$ Tag

nach (h — 15) Jahrhundert um $\frac{h - 15}{3} = \frac{h}{3} - 5$ Tage.

Durch Zufügung der 3 Tage der Mondgleichung im Jahre 1500 ergibt sich die ganze Gleichung:

$$m = 3 + \frac{h}{3} - 5 = \frac{h}{3} - 2.$$

Dieser Wert gilt aber nur für die Zeit von 1500—4199. Für die übrige Zeit muß eine andere Formel gesucht werden, die natürlich allgemeine Giltigkeit hat. Da vom Jahre 1800 ab die Vermehrung der Mondgleichung 7mal nach je 300 Jahren und dann einmal nach 400 Jahren um je einen Tag erfolgt, so ist das Jahr 3900, in dem die Mondgleichung 11 Tage beträgt, das erste Jahr jener großen Periode, in der das Anwachsen der Mondgleichung nach Zeiträumen verschiedener Größe (bald nach 400, bald nach 300 Jahren) erfolgt. Vom Jahre 3900 ab beträgt also das Anwachsen

in 25 Jahrhunderten 8 Tage,

in (h — 39) Jahrhunderten $\frac{8\,(h - 39)}{25} = \frac{8h + 13 - 325}{25} =$

$$= \frac{8h + 13}{25} - 13 \text{ Tage.}$$

---

[1]) In mehreren kalendarischen Werken, z. B. Wislicenus, Der Kalender S. 50, Beau, Die Berechnung des Osterfestes (Sorau 1905) S. 8 findet sich die irrtümliche Angabe, daß die Vermehrung der Mondgleichung im Jahre 4000 eintrete, indem als Normaljahr das Jahr 1500 statt 1400 oder 3900 betrachtet wird.

Durch Zufügung der erwähnten 11 Tage erhält man:

$$m = 11 + \frac{8\,h + 13}{25} - 13 = \frac{8\,h + 13}{25} - 2.$$

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn bei dieser Berechnung das Jahr 1400, in dem die Mondgleichung 3 Tage ausmacht, als Ausgangspunkt genommen wird.[1])

Die Sonnengleichung fordert ein Vorwärtsdatieren der Ostergrenze um die durch sie angegebenen Tage, die Mondgleichung ein Rückwärtsweichen; da letzteres geringer ist als ersteres, so wird durch beide zusammen ein Vorwärtsrücken erzielt. Der Unterschied (u) gegenüber dem julianischen Kalender ist daher:

$$u = s - m = h - \left(\frac{h}{4} + 2\right) - \left(\frac{h}{3} - 2\right) = h - \left(\frac{h}{3} + \frac{h}{4}\right).$$

Hiernach ist $u = 7$ in der Zeit von 1583—1699, $= 8$ von 1700—1899, $= 9$ von 1900—2199, $= 10$ von 2200—2299 und 2400—2499, $= 11$ von 2300—2399 und 2500—2599, $= 12$ von 2600—2899 u. s. w.

Somit verwandelt sich die julianische Ostergrenze der Jahre mit der goldenen Zahl 1, nämlich der 36. März, in den $(36 + u)^{\text{ten}}$ März, der goldenen Zahl 2 in den $(36 + 19\,.\,1 - 30 + u)^{\text{ten}}$ März u. s. w., die Zahl d entsprechend in $(15 + u)$ oder $[(15 + u) : 30]_r$; $[(15 + 19\,.\,1 + u) : 30]_r$ u. s. w. Es ist also im gregorianischen Kalender

$$d = [(19\,a + 15 + u) : 30]_r.$$

Die Ostergrenze fällt also auf den $(21 + d)^{\text{ten}}$ März, Ostern auf den 1, 2 .... 7 Tage später folgenden Sonntag, etwa auf den $(21 + d + e)^{\text{ten}}$ März, wo $e = 1, 2 \ldots . 7$ ist, oder auf den $(22 + d + e)^{\text{ten}}$ März, wo $e = 0, 1 \ldots . 6$, also < 7 ist. In diesem Aggregat ist noch e zu bestimmen. Dies geschieht in der Weise, daß wir durch einfache Rechnung die Sonntage des März suchen, da für Ostern nur der März in Betracht kommt (wenn wir die Tage des April fortzählend als Märztage bezeichnen). Da es sich hier nur um den W o c h e n t a g handelt, auf dessen Veränderung aber die vollen Wochen keinen Einfluß haben, so werden im folgenden stillschweigend nach Bedarf volle Wochen aus- und eingeschaltet, ohne daß dadurch das Resultat berührt wird.

Durch bloßes Rückwärtszählen von einem jetzigen Datum, dessen Wochentag bekannt ist, findet sich, daß der 29. Februar des Schaltjahres 0 der christlichen Aera (= 1 v. Chr.) ein Sonntag

---

[1]) Im folgenden verwenden wir der Kürze halber nur den Ausdruck $\frac{h}{3}$; statt dessen ist überall, auch wenn es nicht eigens gesagt wird, $\frac{8\,h + 13}{25}$ zu setzen für die Zeit vom Jahre 4200 ab. Erst in diesem Jahre ergibt sich für beide Ausdrücke ein Unterschied, da $\frac{42}{3} = 14$, $\frac{8 \cdot 42 + 13}{25} = 13$ ist.

war.[1]) Es liegt nun der t^{te} März des Jahres Z nach dem Sonntag (= 29. Februar des Jahres 1 v. Chr.)

$$t + z \cdot 365 + \frac{z}{4}$$

$$\text{oder } t + (z:7)_r + \left(\frac{z}{4}:7\right)_r \text{ Tage}$$

Die Ganzzahl des Quotienten $\frac{z}{4}$ werde q, der Rest $\left(\frac{z}{4}\right)_r$ b genannt, dann ist $z = 4\,q + b$,

$$8\,q = 2\,z - 2\,b,$$

$$\left(\frac{q}{7}\right)_r \text{ oder} \left(\frac{z}{4}:7\right)_r = 2\left(\frac{z}{7}\right)_r - 2\,b, \text{ da } 2\,b < 7 \text{ ist.}$$

Setze ich diesen Wert oben ein, so liegt der t^{te} März des Jahres z nach dem Sonntage

$$t + \left(\frac{z}{7}\right)_r + 2\left(\frac{z}{7}\right)_r - 2\,b \text{ oder, wenn } \left(\frac{z}{7}\right)_r = c \text{ gesetzt wird,}$$

$$t + 3\,c - 2\,b \text{ Tage.}$$

Es ist nun der t^{te} März ein Sonntag, wenn er 0 Tage nach dem Sonntage liegt, das heißt hier, wenn $t + 3\,c - 2\,b = 0$, somit $t = 2\,b - 3\,c$ oder, c Wochen $= 7\,c$ Tage beigefügt, $t = 2\,b + 4\,c$ ist. Somit ist der $(2\,b + 4\,c)^{te}$ März im julianischen Kalender ein Sonntag, wobei $b = \left(\frac{z}{4}\right)_r$, $c = \left(\frac{z}{7}\right)_r$ ist. Im gregorianischen Kalender ist die oben erwähnte Sonnengleichung zu beachten, die ein Vorwärtsschreiten um s oder $\left(\frac{s}{7}\right)_r$ Tage bewirkt; hier ist also der $(2\,b + 4\,c + s)^{te}$ März ein Sonntag.

Es ist somit der $(22 + d + e)^{te}$ März und, wie so eben gezeigt, der $(2\,b + 4\,c)^{te}$ März [oder gregorianisch der $(2\,b + 4\,c + s)^{te}$ März] ein Sonntag. Beide Daten unterscheiden sich nur durch die keine Veränderung des Wochentages bewirkenden vollen Wochen, das heißt durch die Vielfachen von 7; es müssen daher nach dem Aus-

[1]) Bei diesem Ansatz ist die kleine Verwirrung, welche der Unverstand oder der Eigensinn der römischen Pontifices in den julianischen Kalender für die Jahre 42 v. Chr. bis 4 n. Chr. brachte, nicht beachtet; dies geschieht auch im folgenden nicht. Die Priester schalteten nämlich, abweichend von Cäsars Anordnung, alle 3 Jahre einen Tag ein vom Jahre 42 bis 9 v. Chr.; es waren daher bis zu diesem Zeitpunkt 3 Tage zu viel eingeschaltet. Den Fehler merkte im Jahre 9 v. Chr. der Kaiser Augustus. Er schärfte die strenge cäsarianische Ordnung ein und verfügte, um das Zuviel der 3 Tage wieder auszugleichen, daß die Jahre 5 und 1 v. Chr. und 4 n. Chr. Gemeinjahre sein sollten. Demnach war in Wirklichkeit der letzte Tag des Februar im Jahre 1 v. Chr. ein Montag.

scheiden der vollen Wochen, das heißt nach der Division mit 7, die verbleibenden Reste gleich sein.[1]) Somit ist

$[(22 + d + e) : 7]_r = [(2b + 4c) : 7]_r$ oder, da $e < 7$ ist,

$$[(22 + d) : 7]_r + e = [(2b + 4c) : 7]_r,$$

demnach $e = [(2b + 4c - d - 22) : 7]_r$.

Indem ich, um alle Glieder positiv zu machen, $0 = [(7d + 28) : 7]_r$ addiere, erhalte ich im julianischen Stil

$$e = [(2b + 4c + 6d + 6) : 7]_r.$$

Auf ganz dieselbe Weise wird der für den gregorianischen Kalender geltende Wert von e gefunden, nämlich

$$e = [(2b + 4c + 6d + 6 + s) : 7]_r.$$

Hiernach läßt sich die Gaußsche Formel in diese Worte kleiden: Es sei z die Jahreszahl, h = die Jahrhundertzahl und es ergebe die Division

1.		$Z : 19$	den Rest a
2.		$Z : 4$	" " b
3.		$Z : 7$	" " c
4.	julianisch	$(19a + 15) : 30$	" " d
	gregorianisch	$(19a + 15 + u) : 30$	
5.	julianisch	$(2b + 4c + 6d + 6) : 7$	" " e
	gregorianisch	$(2b + 4c + 6d + 6 + s) : 7$	

dann ist Ostern am $(22 + d + e)^{ten}$ März.

Die zu 19 a, beziehentlich zu $(2b + 4c + 6d)$ hinzukommenden Summanden nennt man gewöhnlich M, beziehentlich N und bestimmt deren Zahlwerte für die verschiedenen Jahrhunderte. Um aber das Gedächtnis nicht mit unnötigen Zahlen zu belasten, lasse man die arithmetische Form der fünften Division unverändert und merke sich nur den Zahlenwert für $s = h - \left(\frac{h}{4} + 2\right)$. Er beträgt 10 Tage von 1582 1699, 11 Tage von 1700–1799, 12 Tage von 1800 bis 1899, 13 Tage von 1900—2099 u. s. w. Dagegen ist es sehr nützlich, vor dem Gebrauch den Wert der in der vierten Division enthaltenen Glieder $15 + u = \left(15 + h - \frac{h}{3} - \frac{h}{4}\right)$ in richtigen Zahlen umzudeuten. Er ist = 22 von 1583--1699, 23 von 1700—1899, 24 von 1900—2199, 25 von 2200—2299 und 2400—2499, 26 von 2300—2399 und 2500–2599 u. s. w. Kommt man auf 30 oder darüber, so zieht man 30 (einen vollen Mondmonat) ab, daher der genannte Wert z. B. = 0 von 3400—3499, = 1 von 3500—3599.

---

[1]) Beispiel: Der 8. und 29. März sind Sonntage (oder Montage) u. s. w.; beide Daten unterscheiden sich durch die drei dazwischen liegenden Wochen, und es ist $\left(\frac{8}{7}\right)_r = \left(\frac{29}{7}\right)_r = 1$.

Beispiel: Wann Ostern 1818 (gregorianisch)?

1818 : 19, Rest 13
1818 : 4, Rest 2
1818 : 7, Rest 5
$(19 \cdot 13 + 23) : 30$, Rest 0,
$(2 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 0 + 6 + 12) : 7$, Rest 0,

somit Ostern 1818 am $(22 + 0 + 0) = 22.$ März.

2. Bei dem Gebrauche der Gaußschen Formel ist unbequem die Multiplikation der Zahl 19 mit größeren Faktoren wie 16, 17 und 18, ebenso die größeren Werte von M. Man ist deshalb versucht, einen anderen, bequemeren Weg ausfindig zu machen. Und ein solcher ist tatsächlich möglich, indem man die oben bezeichnete zweite Art der Bestimmung der Ostergrenze befolgt. Hierbei von der spätesten möglichen Ostergrenze (50. März) ausgehend, suchen wir die Zahl der Tage, um die man vom 50. März rückwärts zählen muß. Bei der goldenen Zahl 1 ist im julianischen Kalender am 5. April = 36. März = $(50 - 14)^{\text{ten}}$ März Ostervollmond. Im nächsten Jahre mit der goldenen Zahl 2 ist Ostervollmond 11 Tage früher, also die Ostergrenze der $[50 - (14 + 11)]^{\text{te}} = 50 - 25^{\text{te}} =$ 25. März. Angenommen es sei allgemein die Ostergrenze der $(50 - d)^{\text{te}}$ März, so ist d für die goldene Zahl $1 = 14$, für die goldene Zahl $2 = 14 + 11 \cdot 1$; da aber die Ostergrenze nicht unter den $21. = (50 - 29)^{\text{ten}}$ März herabsteigen darf, so muß, sobald die Zahl $d = 30$ oder größer ist, 30 subtrahiert werden. Es ist somit d für die goldene Zahl $3 = 14 + 11 \cdot 2 - 30$ u. s. w. Die vorstehenden Worte kann man auch so ausdrücken: 14 oder $[(14 + 11 \cdot 0) : 30]_r$; $[(14 + 11 \cdot 1) : 30]_r$; $[(14 + 11 \cdot 2) : 30]_r$ u. s. w. Bei der goldenen Zahl G ist somit $d = [(14 + 11 [G - 1]) : 30]_r$. Schon oben ist für $G - 1 = \left(\frac{Z}{19}\right)_r$ das Zeichen a gesetzt worden, so daß $d = [(11\,a + 14) : 30]_r$ ist. Dies gilt für den julianischen Kalender.

Im gregorianischen Stil ist der oben erwähnte Unterschied u bei jeder Ostergrenze zu addieren; dies geschieht, indem man ihn von der Zahl d subtrahiert. Somit ist d bei der goldenen Zahl $1 = 14 - u = [(14 - u) : 30]_r$, bei der goldenen Zahl $2 = 14 + 11 \cdot 1 - u$ oder $= [(14 + 11 \cdot 1 - u) : 30]_r$, bei der goldenen Zahl $G = [(14 + 11 \cdot a - u) : 30]_r$.

Es ist somit

$$\left.\begin{array}{ll} \text{im julianischen Kalender} & [(11\,a + 14) : 30]_r \\ \text{im gregorianischen Kalender} & [(11\,a + 14 - u) : 30]_r \end{array}\right\} = d.$$

Es fällt nun Ostern auf einen der 7 nächsten Tage nach dem $(50 - d)^{\text{ten}}$ März, etwa auf den $(51 - d + e)^{\text{ten}}$ März, wo $e = 0, 1, 2$ bis 6, also < 7 ist. Um weiterhin den Wert von e zu finden, verfahre man genau so wie oben bei der Gaußschen Formel.

Da sowohl der $(51 - d + e)^{te}$ März, als auch der $(2\,b + 4\,c)^{te}$ März ein Sonntag ist, so ist

$$[(51 - d + e) : 7]_r = [(2\,b + 4\,c) : 7]_r$$

somit $e = [(2\,b + 4\,c + d - 51) : 7]_r$, oder indem ich, um alle Glieder positiv auszudrücken, $0 = (56 : 7)_r$ beifüge,

$$e = [(2\,b + 4\,c + d + 5) : 7]_r.$$

Da im gregorianischen Kalender der $(2\,b + 4\,c + s)^{te}$ März ein Sonntag ist, so lautet hier der Wert von e:

$$e = [(2\,b + 4\,c + d + 5 + s) : 7]_r.$$

Hieraus ergibt sich die abgeänderte Gaußsche Formel, die auf den ersten Blick einfacher und bequemer ist. Sie kann so ausgedrückt werden: Es ergebe die Division

1.		$z : 19$	den Rest a
2.		$z : 4$	„ „ b
3.		$z : 7$	„ „ c
4.	julianisch	$(11\,a + 14) : 30$	den Rest d
	gregorianisch	$(11\,a + 14 - u) : 30$	
5.	julianisch	$(2\,b + 4\,c + d + 5) : 7$	„ „ e
	gregorianisch	$(2\,b + 4\,c + d + 5 + s) : 7$	

dann Ostern am $(51 - d + e)^{ten}$ März.

Bei der vierten Division vereinfache man den Dividend durch folgende Reduktion; es ist

$14 - u = 7$	in der Zeit	1583—1699
$= 6$	„ „ „	1700—1899
$= 5$	„ „ „	1900—2199
$= 4$	„ „ „	2200—2299 u. 2400—2499
$= 3$	„ „ „	2300—2399 u. 2500—2599
$= 2$	„ „ „	2600—2899
$= 1$	„ „ „	2900—3099
$= 0$	„ „ „	3100—3399
$= -1$	i. d. Zeit	3400—3499
$= -2$	„ „	3500—3599, u. s. w.

Beispiel: Wann ist Ostern 1908 (gregorianisch)?

$1908 : 19,$	Rest	8
$1908 : 4,$	„	0
$1908 : 7,$	„	4
$(11 \cdot 8 + 5) : 30,$	„	3
$(2 \cdot 0 + 4 \cdot 4 + 3 + 5 + 13) : 7,$	„	2,

Ostern des Jahres 1908 ist am $(51 - 3 + 2)^{ten}$ März $=$ 19. April.

3. Eine weitere Berechnungsweise liefert uns die Epaktentheorie. Die Epakte ist das Alter des Mondes zu Beginn eines Jahres. „Die Epakte des Jahres 1907 ist 16" bedeutet: zu Beginn des Jahres 1907 ist der Mond bereits 16 Tage alt. Da das Mondjahr um 11 Tage kürzer ist als das Sonnenjahr, so ist zu Beginn

des folgenden Jahres der Mond bereits 11 Tage älter, die Epakte wächst somit mit jedem Jahr um 11; sie ist also für das Jahr 1908 27, für das Jahr 1909 38 oder, indem der in dieser Zahl enthaltene 30tägige Monat natürlich ausgeschaltet, das heißt das betreffende Mondjahr zu einem Schaltjahr mit 384 Tagen gemacht wird, 8 u. s. w. Ist der Monat genau 30 Tage alt, so beginnt am 1. Januar ein neuer Monat, und wir bezeichnen infolgedessen dann das Mondalter oder die Epakte mit 0. Es gibt somit 30 Epakten, 0, 1, 2 . . 29.[1]) Da im julianischen Kalender der goldenen Zahl 1 Vollmond am 5. April = 36. März entspricht, so ist in den Jahren mit dieser Zahl auch am 36. Januar Vollmond, folglich 13 Tage früher am 23. Januar Neumond. Der vorhergehende Mondmonat hat demnach 22 Tage im Januar, 8 Tage im Dezember, das heißt er ist zu Beginn des Jahres, das die goldene Zahl 1 hat, 8 Tage alt, die Epakte ist 8.[2]) Demnach entspricht im julianischen Kalender

der goldenen Zahl	1	2	3	4	18	19
die Epakte	8	19	0	11	15	26

Zu einer Epakte ist zwecks Ermittelung der Epakte des folgenden Jahres, wie erwähnt, stets 11 zu addieren und von der entstehenden Summe so oft als möglich 30 zu subtrahieren. Oder mit anderen Worten: man addiere stets 11 und dividiere die Summe mit 30; der verbleibende Rest ist die Epakte. Demnach ist in den julianischen Jahren mit der

goldenen Zahl	die Epakte
1	$8 = [(8 + 11 \cdot 0) : 30]_r$
2	$8 + 11 \cdot 1 = [(8 + 11 \cdot 1) : 30]_r$
G	$8 + 11\,(G-1) = [(8 + 11\,[G-1]) : 30]_r$

$= [(8 + 11\,a) : 30]_r$, indem $a = G - 1 = \left(\frac{z}{19}\right)_r$ ist.

Die gregorianische Epakte wird aus der julianischen gefunden durch das oben erörterte Vorwärtsrücken der Monddaten um $u = h - \left(\frac{h}{3} + \frac{h}{4}\right)$ Tage. Für die Zeit z. B. von 1583—1699, wo in den julianischen Jahren mit der goldenen Zahl 1 Neumond am 23. Januar ist, verwandelt sich dieses Datum im gregorianischen Kalender in den $(23 + 7) = 30$. Januar; der vorhergehende Neumond tritt somit am 31. Dezember des vorhergehenden Jahres ein,

[1]) Genau entsprechend dem Werte von d, der in den vorhergehenden Formeln zu 21 addiert oder von 50 subtrahiert die Ostergrenze ergibt.

[2]) In fast allen kalendarischen Werken, auch bei Kinkelin a. a. O. S. 225—227, wird als die der goldenen Zahl 1 entsprechende julianische Epakte 11 angegeben; dies ist falsch, da hier die Mondgleichung eingesetzt ist, die doch nur im gregorianischen Stil Geltung hat; auch ist die Mondgleichung nach der Zeit verschieden.

so daß also der Mond zu Beginn des Jahres 1 Tag alt ist. Somit entspricht in der Zeit von 1583—1699

der goldenen Zahl	1	2	3	18	19
die julianische Epakte	8	19	0	15	26
die gregorianische Epakte	1	12	23	8	19.

Sonnen- und Mondgleichung zusammen bewirken also eine Verminderung der Epakte um so viele Einheiten, um wie viel Tage die gregorianischen Monddaten den julianischen voreilen, das heißt um u Tage. Somit ist die gregorianische Epakte gleich der julianischen, vermindert um u, also

$$E = [(11\,a + 8) : 30]_r - u \text{ oder } = [(11\,a + 8 - u) : 30]_r.$$

Aus der Epakte erhält man durch Zuzählen der dem Mondalter von 30 Tagen noch fehlenden Tage den letzten Tag des Mondmonats im Januar; der letzte Tag des Mondmonats ist also der $(30 - E)^{te}$ Januar, der Tag des folgenden Neumondes somit der $(31 - E)^{te}$ Januar, der Tag des entsprechenden 13 Tage später eintretenden Vollmondes der $(44 - E)^{te}$ Januar. Da auf die gleichen Tage des Januar und März, die zwei Mondmonate = 59 Tage auseinanderliegen, die gleichen Mondphasen treffen, so ist auch der $(44 - E)^{te}$ März ein Vollmondstag, und zwar der gesuchte Tag des Frühlings- oder Ostervollmondes. Nur wenn $(44 - E) < 21$ ist, somit ein Datum vor dem 21. März ergibt, muß man den 30 Tage später fälligen Vollmond nehmen; es ist dies nur bei den Epakten 24 bis 29 der Fall. Indem wir nun weiter genau so wie oben bei der ersten und zweiten Berechnungsmethode verfahren, erhalten wir die Gleichung:

$$[(45 - E + e) : 7]_r = [(2\,b + 4\,c) : 7]_r$$
$$\text{julianisch } e = [(2\,b + 4\,c + E + 4) : 7]_r$$
$$\text{gregorianisch } e = [(2\,b + 4\,c + E + 4 + s) : 7]_r.$$

Somit entsteht folgendes Verfahren: Es ergebe die Division

1.		$z : 19$	den Rest	a
2.		$z : 4$	„ „	b
3.		$z : 7$	„ „	c
4.	julianisch	$(11\,a + 8) : 30$	„ „	E
	gregorianisch	$(11\,a + 8 - u) : 30$	„ „	E
5.	julianisch	$(2\,b + 4\,c + E + 4) : 7$	„ „	e
	gregorianisch	$(2\,b + 4\,c + E + 4 + s) : 7$	„ „	e

dann Ostern am $(45 - E + e)^{ten}$ März. Hiebei ist aber zu beachten, daß bei den Epakten 24 bis 29 statt $(-E)$ der Wert $(-E + 30)$, folglich statt $+E$ der Wert $(E - 30)$ gesetzt werden muß. Da dies leicht vergessen werden kann, so empfiehlt sich diese Methode, wiewohl sie sonst sehr bequem ist, nicht in dem Maße wie die zweite Rechnungsart.

Vor dem Gebrauche rechne man den Wert von $8 - u = 8 + \frac{h}{3} + \frac{h}{4} - h$ aus; er ist

$= +1$ in der Zeit von 1583—1699
$= 0$ „ „ „ „ 1700—1899
$= -1$ „ „ „ „ 1900—2199
$= -2$ „ „ „ „ 2200—2299 u. 2400—2499
$= -3$ „ „ „ „ 2300—2399 u. 2500—2599
$= -4$ „ „ „ „ 2600—2899 u. s. w.

Beispiel: Wann Ostern 1910 (gregorianisch)?

$$\begin{array}{rcll} 1910 & : & 19, & \text{Rest } 10 \\ 1910 & : & 4, & \quad „ \quad 2 \\ 1910 & : & 7, & \quad „ \quad 6 \\ (11 \cdot 10 - 1) & : & 30, & \quad „ \quad 19 \\ (2 \cdot 2 + 4 \cdot 6 + 19 + 4 + 13) & : & 7, & \quad „ \quad 1 \end{array}$$

folglich Ostern am $(45 - 19 + 1) = 27$. März.

Aus einem Vergleich dieser Art, vermittelst der Epakte die Ostergrenze zu fixieren, mit der oben von mir empfohlenen zweiten Weise ist ersichtlich, daß beide durchaus gleichartig sind; sie unterscheiden sich nur dadurch, daß in ersterer eine Zahl gesucht wird, die von 50 subtrahiert wird, in der zweiten eine Zahl, die von 44 abzuziehen ist; daher ist die gesuchte Zahl in der ersteren um 6 größer. Es verdient nun die erstere Art deshalb den Vorzug, weil stets nur die Subtraktion zur Anwendung kommt, während in dem zweiten Verfahren bei den Epakten 24 bis 29 noch die Addition von 30 zu beachten ist. Die dritte Art habe ich nur deshalb angeführt, um die Berechnung der gebräuchlichen Epaktenart klarzulegen.

II.

Drei andere Arten.

Auch bei den zuletzt auseinandergesetzten Methoden ist es noch immer, wenigstens wenn man bloß im Kopfe ohne Anwendung der Schreibmittel rechnen will, lästig, die fünf Reste zu behalten, sie mit bestimmten Zahlen zu multiplizieren u. s. w. Diese Unbequemlichkeit wird bei folgenden Berechnungsarten vermieden. Zunächst berechne man auf eine der drei oben erörterten Weisen die Ostergrenze. Sodann bestimme man den Wochentag der Ostergrenze nach einer neuen Formel, zu der wir in folgender Weise gelangen. Da es sich, ähnlich wie oben bei der Gaußschen Regel, auch hier nur um die Auffindung des Wochentages handelt, so werden gleichfalls volle Wochen stillschweigend nach Bedarf ein- oder ausgeschaltet.

Die Zahl der Tage von Beginn eines Jahres bis zum Beginn des Monats, der in irgend einem Datum vorkommt, bezeichne ich mit m. Es liegt alsdann der t^{te} Tag irgend eines Monats des Jahres

Z im julianischen Stil nach dem 1. Januar des Schaltjahres 1 v. Chr., der ein Donnerstag war,

$$(t - 1) + m + z \quad 365 + \frac{z}{4} + 1$$

$$\text{oder } t + m + z + \frac{z}{4} \text{ Tage,}$$

oder indem ich z in h · 100 + i zerlege, wobei h die Jahrhundertzahl, i die Zahl unter 100 bezeichnet,

$$t + m + h \cdot 100 + i + h \cdot 25 + \frac{i}{4} \quad \text{Tage}$$

$$\text{oder } t + m + h \cdot 126 - h + i + \frac{i}{4} \quad \text{„}$$

$$\text{oder } t + m + i + \frac{i}{4} - h \quad \text{„}$$

$$\text{oder } [(t + m + i + \frac{i}{4} - h) : 7]_r \quad \text{„}$$ [1]

Im gregorianischen Kalender ist noch der Unterschied der Tage, nämlich s, zu beachten; hier ergibt sich als Resultat

$$[(t + m + i + \frac{i}{4} - [h + s]) : 7]_r \text{ Tage.}$$

In diesem Quotienten ist alles bekannt mit Ausnahme der Zahl m; diese muß also noch bestimmt werden. Offenbar ist für den Januar $m = 0$, für den Februar $= 0 + 31$ oder $= 3$, für den März $= 0 + 31 + 28$ oder $\;3$. Auf dieselbe Weise erhält man für April und Juli 6, Mai 1, Juni 4, August 2, September und Dezember 5, Oktober 0. Die Vermehrung der Tage im Schaltjahre um 1 kommt bei der Zahl $\frac{i}{4}$ zur Geltung; daher bleibt auch im Schaltjahr m in den Monaten März bis Dezember unverändert. Da aber der um 1 vergrößerte Wert $\frac{i}{4}$ bereits auch im Januar und Februar eingesetzt wird, trotzdem hier die Vermehrung der Tage noch nicht erfolgt ist, so muß an einer anderen Stelle 1 wieder abgezogen werden. Dies geschieht am bequemsten bei m und so stellt sich dessen Wert im Schaltjahr für Januar $= 0 - 1$ oder $+ 6$, für Februar $= 3 \quad 1 = 2$. Somit ist der Wert von m für

Januar (Gemeinjahr) und Oktober	= 0
Februar (Gemeinjahr), März u. November	= 3
April, Juli und Januar (Schaltjahr)	= 6
Mai	= 1
Juni	= 4
August und Februar (Schaltjahr)	= 2
September und Dezember	= 5.

Die Zahl $[(t + m + i + \frac{i}{4} - h) : 7]_r$ oder $[(t + m + i + \frac{i}{4} - [h + s]) : 7]_r$ gibt also an, der wievielte Tag nach dem Donners-

[1] Wem das negative Glied — h lästig ist, der setze statt dessen + 6 h.

tag das gegebene Datum ist; demnach ist $1 =$ Freitag, $2 =$ Samstag, $3 =$ Sonntag, ... 0, wofür wir auch 7 setzen dürfen, $=$ Donnerstag. Es ist dies die einfachste Art, den Wochentag eines Datums zu fixieren, weit bequemer als alle anderen Methoden, die in chronologischen Werken empfohlen werden.

Beispiele: Wochentag des 1. Januar 1900? Julianisch: $1 + 6 + 0 + 0 - 5 = 2$, also Samstag; gregorianisch: $1 + 0 + 0 + 0 - 4 = -3 = 4$, also Montag. — 1. Januar 1907 (gregorianisch)? $1 + 0 + 7 + 1 - 4 = 5$, also Dienstag. — 1. Januar 1908 (gregorianisch)? $1 + 6 + 1 + 2 - 4 = 6$, also Mittwoch. — 1. Januar 1909 (gregorianisch)? $1 + 0 + 2 + 2 \quad 4 = 1$, also Freitag.

Will ich aber das Resultat der vorstehenden Berechnungsart so haben, daß nach der landläufigen Bezeichnung $1 =$ Sonntag, $2 =$ Montag..... 0 (oder 7) $=$ Samstag ist, wobei die charakteristischen Zahlen um 2 vermindert sind, dann muß diese Verminderung auch in dem das Resultat liefernden Quotienten eintreten. Dies geschieht am bequemsten dadurch, daß in dem Dividenden der entsprechende Wert von m geändert wird. Dadurch ergibt sich der Wert von m im

Januar (Gemeinjahr) und Oktober	$= 5$
Februar (Gemeinjahr) März und November	$= 1$
April, Juli und Januar (Schaltjahr)	$= 4$
Mai	$= 6$
Juni	$= 2$
August und Februar (Schaltjahr)	$= 0$
September und Dezember	$= 3.$

Rechnet man Daten beliebiger Monate eines Jahres aus, dann ist es mehr zu empfehlen, die ersteren Werte beizubehalten, da sie im Anschluß an die Länge der Monate sich leichter dem Gedächtnis einprägen, beziehungsweise berechnen lassen. Hat man es aber stets mit demselben Monate zu tun, z. B. hier bei der Ostergrenze nur mit dem März, so wähle man den zweiten Wert.

Wir finden somit den Wochentag der Ostergrenze durch die Formel

im julianischen Kalender $\left[\left(t + 1 + i + \frac{i}{4} - h\right) : 7\right]_r$

im gregorianischen Kalender $\left[\left(t + 1 + i + \frac{i}{4} - [h + s]\right) : 7\right]_r$,

indem der verbleibende Rest $1 =$ Sonntag, $2 =$ Montag .... 0 $=$ Samstag ist. Die Rechnung kann man stark dadurch vereinfachen, daß man sofort bei den einzelnen Gliedern die Division mit 7 ausführt, das heißt die vollen Wochen ausläßt. Die Reduktion von $(h + s)$ auf $(2\,h - \frac{h}{4} - 2)$ nehme man nicht vor, sondern merke sich, daß $h + s$ nach Abzug der Vielfachen von 7 ist $= 4$ in der Zeit von

1582—1599 und 1900—1999, = 5 von 1600—1699, 2000—2099 u. s. w.

Beispiele:

Nach der ersten oben angeführten Berechnungsweise der Ostergrenze: Wann Ostern 1909 (gregorianisch)? 1909 : 19, Rest 9; $(19 \cdot 9 + 24) : 30$, Rest 15; Ostergrenze der $(21 + 15) = 36$. März; $[36 + 1 + 9 + 2 - (19 + 13) : 7]_r$ oder, indem man sofort die Division ausführt, $1 + 1 + 2 + 2 - 4 = 2$, also ist der 36. März Montag. Somit Ostern 1909 am $(36 + 6)^{ten}$ März = 11. April.

Nach der zweiten Weise: Wann Ostern 1886 (gregorianisch)? 1886 : 19, Rest 5; $(11 \cdot 5 + 6) : 30$, Rest 1; daher Ostergrenze der $(50 - 1)^{te} = 49$. März; $0 + 1 + 2 + 0 - 2 = 1$, also der 49. März Sonntag. Somit Ostern 1886 am $(49 + 7) = 56$. März = 25. April.

Nach der dritten Weise: Wann Ostern 801 (julianisch)? 801 : 19, Rest 3; $(11 \cdot 3 + 8) : 30$, Rest 11, daher Ostergrenze der $(44 - 11) = 33$. März; $5 + 1 + 1 + 0 - 1 = 6$, also Freitag. Somit Ostern 801 am $(33 + 2) = 35$. März = 4. April.

Wer Freund von Formeln ist, kann auch die vorstehenden Methoden so umändern, daß, ähnlich wie bei der Gaußschen Art, der Ostertag durch einen arithmetischen Ausdruck bezeichnet wird. Benennt man die bei der vorigen Berechnung des Wochentages verbleibende Restzahl mit e, so ist die Zahl der Tage, um die man von der Ostergrenze ab weiter zählen muß, um das Osterdatum zu erhalten, $= (8 - e)$, wobei $e = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ist und statt 0 die Zahl 7 eingesetzt werden muß. Will man dies letztere vermeiden, so muß man e um 1 vermindern und erhält die Zahl der zur Ostergrenze zuzuzählenden Tage durch den Ausdruck $(7 - e)$, das ist genau dieselbe Anzahl. Es wird aber der Rest e um 1 kleiner, wenn man bei seiner Berechnung den Dividendus um 1 vermindert, etwa für m den Wert 0 (statt 1) einfügt. Geschieht dieses und setzt man gleichzeitig für t seinen Wert, nämlich bei der ersten Art die Zahl $(21 + d)$, bei der zweiten die Zahl $(50 - d)$, bei der dritten die Zahl $(44 - E)$ beziehungsweise $(44 - E + 30)$ ein, so ergibt sich für e der Wert in der ersten Formel

$$\left[(21 + d + 0 + i + \frac{i}{4} - h) : 7\right]_r$$

oder, passend vereinfacht, $(d + i + \frac{i}{4} - h)$.

Ganz auf dieselbe Weise wird bei den anderen Arten verfahren. Somit entstehen diese drei Berechnungsarten:

I. 1. $(z : 19)_r = a$

2. julianisch $[(19\,a + 15) : 30]_r = d$

gregorianisch $[(19\,a + 15 + u) : 30]_r = d$

3. julianisch $[(d + i + \frac{i}{4} - h) : 7]_r = e$

gregorianisch $[(d + i + \frac{i}{4} - [h + s]) : 7]_r = e$

dann Ostern am $(28 + d - e)^{ten}$ März.

II. 1. $(z : 19)_r = a$

2. julianisch $[(11\,a + 14) : 30]_r = d$

gregorianisch $[(11\,a + 14 - u) : 30]_r = d$

3. julianisch $[(1 - d + i + \frac{i}{4} - h) : 7]_r = e$

gregorianisch $[(1 - d + i + \frac{i}{4} - [h + s]) : 7)_r = e$

dann Ostern am $(57 - d - e)^{ten}$ März.

III. 1. $(z : 19)_r = a$

2. julianisch $[(11\,a + 8) : 30]_r = E$

gregorianisch $[(11\,a + 8 - u) : 30]_r = E$

3. julianisch $[(2 - E + i + \frac{i}{4} - h) : 7]_r = e$

gregorianisch $[(2 - E + i + \frac{i}{4} - [h + s]) : 7]_r = e$

dann Ostern am $(51 - E - e)^{ten}$ März; jedoch ist, wenn die Epakte 24 bis 29 ist, statt $(-E)$ der Wert $(-E + 30)$ einzusetzen.

Zur Probe berechne man hiernach die in den früheren Beispielen gefundenen Osterdaten.

* * *

Zwei Sonderbestimmungen im gregorianischen Kalender.

Die vorstehenden Berechnungsmethoden gelten ohne Ausnahme für alle Jahre des julianischen Kalenders. Im gregorianischen Kalender dagegen gibt es zwei willkürliche Aenderungen:

1. Liefert die Rechnung den 26. April, so wird Ostern stets am 19. April gefeiert, indem die Ostergrenze vom 19. auf den 18. April zurückgesetzt ist, z. B. in den Jahren 1609, 1981, 2076, 2133, 2201, 2296, 2448, 2668, 2725, 2820 u. s. w.

2. Ergibt die Rechnung den 25. April und zwar bei der Gaußschen Methode durch $d = 28$, bei meinem Verfahren durch $d = 1$ oder durch die Epakte 25, das heißt durch Vollmond am 18. April, dann ist Ostern am 18. April, falls a größer als 10 (somit die goldene Zahl größer als 11) ist, indem die Ostergrenze vom 18. auf den 17. April zurückdatiert wird, z. B. in den Jahren 1954, 2049, 2106, 3165, 3260, 3317, 3852, 3909, 4004 u.s.w. In allen anderen Fällen ist der 25. April festzuhalten, z. B. im Jahre 1886 ($d = 28$ beziehungsweise 1, $E = 25$, aber $a = 5$), 1943 ($d = 29$ beziehungsweise 0, $E = 24$).

Diese zwei eigentümlichen Bestimmungen beruhen nicht etwa auf einer Mangelhaftigkeit der angegebenen Theorie, sondern haben folgenden historischen Entstehungsgrund. Wenn man in einen Kalender jeden Tag, auf den ein Vollmond fällt, einträgt, so werden darin, da es in 19 Jahren 235 Mondmonate gibt, gerade 235 Tage als mögliche Vollmondsdaten verzeichnet werden, während 130 Tage frei bleiben. In dem 30tägigen Zeitraum vom 21. März bis 19. April einschließlich, in dem sich die Ostergrenze bewegt, kann nur auf 19 Tage, entsprechend den 19 Jahren des Cyklus, ein Vollmond fallen, 11 Tage entbehren dieser Eigenschaft und zwar der 23., 26., 28., 31. März, 3., 6., 8., 11., 14., 16. und 19. April. Der letzte Ostervollmondstag des julianischen Kalenders ist somit der 18. April; die Ostergrenze bewegt sich also tatsächlich nur innerhalb eines 29tägigen Zeitraumes; der letzte mögliche Ostertag ist daher der 25. April. Im gregorianischen Kalender trifft aber infolge der Sonnen- und Mondgleichung der Ostervollmond tatsächlich auch auf den durch die Theorie zulässigen 19. April, z. B. in der Zeit von 1583—1699, 1900—2299. Es kann also hier Ostern auf den 26. April fallen, der Zeitraum für das Osterfest vergrößert sich somit dem julianischen Kalender gegenüber um 1 Tag. Die gregorianische Kalenderkommission wollte aber diese geringfügige Vermehrung der Ostertage aus verschiedenen Gründen nicht anregen, namentlich aus dem Grunde nicht, weil dadurch die Schwierigkeiten, die infolge des allen religiösen Festen anhaftenden konservativen Charakters sich der Einführung des neuen Stiles entgegenstellten, vermehrt worden wären. Daher hielt man am 25. April als spätestem Osterdatum fest. Um dies zu erreichen, setzte man die Ostergrenze vom 19. auf den 18. April zurück, da das zeitlich vorhergehende Vollmondsdatum desselben Jahres, der 20. März, als dem Winter zugehörig nicht zulässig war. Diese Zurücksetzung ist um so erträglicher, weil das cyklische Vollmondsdatum doch nicht immer mit dem astronomischen übereinstimmt.

Die zweite Sonderbestimmung ist eine notwendige Folge der ersten. Da nämlich die Cyklustheorie überhaupt das zweimalige Vorkommen derselben Zahl in derselben Reihe ausschließt, so muß, wenn in demselben Cyklus der 18. April zugleich mit dem (in den 18. verwandelten) 19. April vorkommt, ersterer durch den 17. April, der in derselben Reihe nie erscheinen kann, ersetzt werden. Das Vorkommen zweier aufeinanderfolgenden Daten ist aber in demselben Cyklus überhaupt nur dann möglich, wenn die dem niederen Datum zugehörige goldene Zahl um 11 abnimmt, da erst 11 Mond- und Sonnenjahre einen Unterschied von $11 \cdot 11 = 121$ Tagen oder nach Ausscheiden von vier Schaltmondmonaten zu je 30 Tagen nur 1 Tag Unterschied ergeben, wie z. B. folgende für die Zeit von 1900—2199 giltige Ostergrenzentabelle erweist:

G. Z.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ostergr.	14. A.	3. A.	23. M.	11. A.	31. M.	19. A.	8. A.	28. M.	16. A.	5. A.
G. Z.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Ostergr.	25. M.	13. A.	2. A.	22. M.	10. A.	30. M.	18. A.	7. A.	27. M.	

Somit treten der 18. und 19. April in derselben Reihe nur dann auf, wenn die dem 18. April entsprechende goldene Zahl der Verminderung um 11 fähig, das heißt wenn sie größer als 11, somit a > 10 ist, z. B. in der vorstehenden Reihe der goldenen Zahl 17 (6). Also nur in diesem Falle ist die zweite Aenderung der Ostergrenze geboten. Es kommt dies vor z. B. in der Zeit von 1900—-299, von 3100—3399.

Einen Einfluß auf das Datum des Osterfestes hat diese willkürliche, auf der pietätvollen Achtung früherer Einrichtungen beruhende Aenderung der Ostergrenze nur dann, wenn der 19. beziehungsweise 18. April und der 18. beziehungsweise 17. April verschiedenen Wochen angehören, ersteres Datum also ein Sonntag ist. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, stets mit den aus der Theorie sich ergebenden Ostergrenzen, 19. und 18. April, zu rechnen und zutreffenden Falls die zwei erwähnten Aenderungen des Osterdatums vorzunehmen. Denn nur das Streben, das letzte theoretisch mögliche Osterdatum (26. April) mit Rücksicht auf die frühere Zeit zu beseitigen, hat die Veränderung der zwei genannten Ostergrenzen herbeigeführt, nicht hat umgekehrt der Wunsch, den 18. April als späteste Ostergrenze zu erhalten, das erstere veranlaßt.

Zur Nachprüfung der gegebenen Formeln setze ich her die **Osterdaten** des jetzigen Jahrhunderts (1900—1999) gregorianischen Stils; dabei beachte: Die Zahlen mit Stern (*) = Tage des März, Zahlen ohne Stern = Tage des April.

Jahrzehnte	Einer									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	15	7	30*	12	3	23	15	31*	19	11
1910	27*	16	7	23*	12	4	23	8	31*	20
1920	4	27*	16	1	20	12	4	17	8	31*
1930	20	5	27*	16	1	21	12	28*	17	9
1940	24*	13	5	25	9	1	21	6	28*	17
1950	9	25*	13	5	18	10	1	21	6	29*
1960	17	2	22	14	29*	18	10	26*	14	6
1970	29*	11	2	22	14	30*	18	10	26*	15
1980	6	19	11	3	22	7	30*	19	3	26*
1990	15	31*	19	11	3	16	7	30*	12	4

Wer mehr Osterdaten zu haben wünscht, dem sei mein „Immerwährender Kalender" (Straßburg 1906, Selbstverlag) empfohlen. Auf geringem Raume bietet er 1. die Osterdaten von 1 v. Chr. bis 2135 n. Chr. (von 1583 ab julianisch und gregorianisch), 2. die Daten der übrigen beweglichen Feste, 3. die Wochentage aller Jahresdaten, 4. ein Heiligenverzeichnis, 5. eine genaue Uebersicht über die Zeit der Einführung des gregorianischen Kalenders in den verschiedenen Ländern.